

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 2 - EXAMINATION – SUMMER-2022

Subject Code:4320001

Date :23-08-2022

Subject Name: Applied Mathematics

Time:10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks:70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરી)

1 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then $A^2 = \dots\dots\dots$

- (a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

૧ જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 = \dots\dots\dots$

- (a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

2 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ then $2A - 2I = \dots\dots\dots$

- (a) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

૨ જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ હોય તો $2A - 2I = \dots\dots\dots$

- (a) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

3 If $A = \begin{bmatrix} -8 & -6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then $\text{Adj } A = \dots\dots\dots$

- (a) $\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$

૩ જો $A = \begin{bmatrix} -8 & -6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $\text{Adj } A = \dots\dots\dots$

(a) $\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}$

4 Order of the matrix $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 20 & 41 & 0 \\ 15 & 4 & 30 & 40 & 1 \\ 25 & 6 & 40 & 39 & 2 \\ 35 & 8 & 50 & 38 & 3 \end{bmatrix}$ is

(a) 5×4 (b) 4×5 (c) 4×4 (d) 5×5

૪ શ્રેણીક નો ક્રમ $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 20 & 41 & 0 \\ 15 & 4 & 30 & 40 & 1 \\ 25 & 6 & 40 & 39 & 2 \\ 35 & 8 & 50 & 38 & 3 \end{bmatrix}$

(a) 5×4 (b) 4×5 (c) 4×4 (d) 5×5

5 $\frac{d}{dx}(\cos^2 x + \sin^2 x) = \dots\dots\dots$

(a) 1 (b) -1 (c) $2\sin x \cos x$ (d) 0

૫ $\frac{d}{dx}(\cos^2 x + \sin^2 x) = \dots\dots\dots$

(a) 1 (b) -1 (c) $2\sin x \cos x$ (d) 0

6 If $f(x) = \log x$ then $f'(1) = \dots\dots\dots$

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) -2

૬ જો $f(x) = \log x$ હોય તો $f'(1) = \dots\dots\dots$

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) -2

7 If $x^2 + y^2 = a^2$ then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(a) $\frac{x}{y}$ (b) $-\frac{y}{x}$ (c) $-\frac{x}{y}$ (d) None of these

૭ જો $x^2 + y^2 = a^2$ હોય તો $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(a) $\frac{x}{y}$ (b) $-\frac{y}{x}$ (c) $-\frac{x}{y}$ (d) એકેય નહિ

8 $\int_{-1}^1 x^2 dx = \dots\dots\dots + c$

(a) $-\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

૮ $\int_{-1}^1 x^2 dx = \dots\dots\dots + c$

(a) $-\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

9 $\int e^{x \log a} dx = \dots\dots\dots +c$

- (a) $e^{a \log x}$ (b) a^x (c) $\frac{a^x}{\log a}$ (d) $\log a$

૯ $\int e^{x \log a} dx = \dots\dots\dots +c$

- (a) $e^{a \log x}$ (b) a^x (c) $\frac{a^x}{\log a}$ (d) $\log a$

10 $\int \cot x dx = \dots\dots\dots +c$

- (a) $\log|\sin x|$ (b) $\log|\sec x|$ (c) $\log|\operatorname{cosec} x - \cot x|$ (d) $\log|\sec x + \tan x|$

૧૦ $\int \cot x dx = \dots\dots\dots +c$

- (a) $\log|\sin x|$ (b) $\log|\sec x|$ (c) $\log|\operatorname{cosec} x - \cot x|$ (d) $\log|\sec x + \tan x|$

11 Order of differential equation $(\frac{d^5 y}{dx^5})^4 + (\frac{d^2 y}{dx^2})^3 = 0$ is

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

૧૧ વિકલ સમીકરણ $(\frac{d^5 y}{dx^5})^4 + (\frac{d^2 y}{dx^2})^3 = 0$ ની કક્ષા છે.

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

12 Integrating factor of differential equation $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ is

- (a) 1 (b) 2 (c) e^x (d) $\log x$

૧૨ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + y = 3x$ નો સંકલ્પકારક અવયવ છે.

- (a) 1 (b) 2 (c) e^x (d) $\log x$

13 If given data is 6, 9, 7, 3, 8, 5, 4, 8, 7 and 8 then mean is

- (a) 5.5 (b) 6.5 (c) 7.5 (d) 8.5

૧૩ If given data is 6, 9, 7, 3, 8, 5, 4, 8, 7 and 8 then mean is

- (a) 5.5 (b) 6.5 (c) 7.5 (d) 8.5

14 The mean value of first eight natural numbers is

- (a) 4 (b) 4.5 (c) 8 (d) 36

૧૪ પ્રથમ આઠ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો મધ્યક..... છે

- (a) 4 (b) 4.5 (c) 8 (d) 36

Q.2 (A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ then prove that $(M + N)^T = M^T + N^T$.

૧. જો $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(M + N)^T = M^T + N^T$.

2. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 5A + 7I = 0$.

૨. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A + 7I = 0$.

3. Solve differential equation $\frac{dy}{dx} + x^2 e^{-y} = 0$.

૩. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + x^2 e^{-y} = 0$.

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Solve $-5y + 3x = 1$, $x + 2y - 4 = 0$ using matrices.

૧. શ્રેણીક ની મદદ થી ઉકેલો : $-5y + 3x = 1$, $x + 2y - 4 = 0$.

2. If $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^{-1}$.

૨. જો $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)^{-1}$ શોધો.

3. If $B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that $\text{adj } B = B$.

૩. જો $B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $\text{adj } B = B$

Q.3 (A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. If $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૨. જો $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. Evaluate $\int \frac{4 + 3\cos x}{\sin^2 x} dx$

૩. સંકલન કરો $\int \frac{4 + 3\cos x}{\sin^2 x} dx$

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $y = (\sin x)^{\tan x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $y = (\sin x)^{\tan x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. Find maximum and minimum value of $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

૨. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ માટે મહત્તમ અને ન્યૂનતમ મૂલ્યો મેળવો.

3. The motion of a particle is given by $S = t^3 + 6t^2 + 3t + 5$. Find the velocity and acceleration at $t = 3$ sec.

૩. એક કણની ગતિનું સમીકરણ $S = t^3 + 6t^2 + 3t + 5$ હોય તો $t = 3$ સેકન્ડે તેનો વેગ અને પ્રવેગ શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Evaluate $\int x^2 e^x dx$

૧. સંકલન કરો $\int x^2 e^x dx$

2. Evaluate $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} dx$

૨. સંકલન કરો $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} dx$

(3) Find mean using the given information

xi	52	55	58	62	79
fi	5	3	2	3	6

(3) Find mean using the given information

xi	52	55	58	62	79
fi	5	3	2	3	6

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Evaluate $\int_{-1}^1 \frac{x^3 - 64}{x - 4} dx$

૧. સંકલન કરો $\int_{-1}^1 \frac{x^3 - 64}{x - 4} dx$

2. Evaluate $\int \sin 5x \sin 6x dx$

૨. સંકલન કરો $\int \sin 5x \sin 6x dx$

3. Calculate the standard deviation for the following data:

6, 7, 9, 11, 13, 15, 8, 10

3. Calculate the standard deviation for the following data:

6, 7, 9, 11, 13, 15, 8, 10

Q.5 (A) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find the mean for the following data :

Xi	92	93	97	98	102	104
Fi	3	2	2	3	6	4

૧. નીચે આપેલી માહિતી માટે મધ્યક શોધો.

Xi	92	93	97	98	102	104
Fi	3	2	2	3	6	4

2. Calculate the standard deviation for the following data :

5, 9, 8, 12, 6, 10, 6,8

૨. નીચેની માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન ગણો.

5, 9, 8, 12, 6, 10, 6,8

3. Calculate the Mean for the following data:

5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 75

૩. Calculate the Mean for the following data

5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 75

(B) Attempt any two કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Solve differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$, $y(0) = 2$.

૧. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$, $y(0) = 2$.

2. Solve differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2 + 1}y = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$.

૨. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2 + 1}y = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$.

3. Solve differential equation $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$.

૩. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$.